个体水平间距对群组中扑翼气动性能的影响

王慧杰[1,2,3],孟雪广[1,2],聂良丞[1,4],陈刚[1,2]

(1. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室,710049 西安;
2. 西安交通大学先进飞行器服役环境与控制陕西省重点实验室,710049 西安;
3. 中国空气动力研究与发展中心气动噪声控制重点实验室,621000 绵阳;
4. 西北工业大学翼型叶栅空气动力学国家重点实验室,710072 西安)

摘　要:研究群组中个体之间的非定常流动机理,可以为仿生飞行器集群运动提供理论基础。采用基于有限元的计算流体力学方法,对前飞状态的扑翼群组个体之间水平间距对气动性能的影响进行研究。研究发现,水平间距对扑翼气动性能具有显著影响。在一定的垂直间距下,群组中扑翼可以在较小的水平间距下获得最佳的推力性能,在较大的水平间距下可以获得最佳的升力性能。扑翼气动性能的变化主要与群组中前翼和后翼的脱落涡相互作用密切相关。

关键词:气动性能;流动机理;多扑翼;LEV

中图分类号:V211　　　　**文献标志码:**A

Effect of individual horizontal spacing on aerodynamic performance of flapping wings in flocking

WANG Huijie[1,2,3],MENG Xueguang[1,2],NIE Liangcheng[1,4],CHEN Gang[1,2]

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures,Xi'an Jiaotong University,710049 Xi'an,China;
2. Shaanxi Key Laboratory for Environment and Control of Flight Vehicle,Xi'an Jiaotong University,710049 Xi'an,China;
3. Key Laboratory of Aerodynamic Noise Control,621000 Mianyang,China;4. National Key Laboratory of Science and Technology on Aerodynamic Design and Research,Northwestern Polytechnical University,710072 Xi'an,China)

Abstract: The study of the unsteady flow mechanism between the individuals in a group can provide theoretical basis for the swarm motion of bionic aircraft. The influence of horizontal spacing between flapping wing flockings on aerodynamic performance in forward flight is studied by using computational fluid dynamics method based on finite element method. It is found that the horizontal spacing significantly affects the aerodynamic performance of flapping wings. Under a certain vertical spacing,flapping wings in flocking can obtain the best thrust performance at a small horizontal spacing,and the best lift performance can be obtained at a large horizontal spacing. The aerodynamic performance of flapping wings is closely related to the vortex shedding interaction between the front wing and the rear wing in flocking.

Key words:aerodynamic performance;flow mechanism;multi-flapping wing;LEV

收稿日期:2021-05-22　　　　**修回日期:**2021-11-15

基金项目:国家自然科学基金(No. 11872293;No. 11702211;No. 11672225);中国博士后基金(No. 2017M610631);气动噪声控制重点实验室(No. 1901ANCL20190108;No. 1801ANCL20180103);翼型叶栅空气动力学重点实验室(No. 6142201190408)

通信作者:陈刚,教授。E-mail:aachengang@ xjtu. edu. cn

引用格式:王慧杰,孟雪广,聂良丞,等. 个体水平间距对群组中扑翼气动性能的影响[J]. 应用力学学报,2022,39(2):297-303.
WANG Huijie,MENG Xueguang,NIE Liangcheng,et al. Effect of individual horizontal spacing on aerodynamic performance of flapping wings in flocking[J]. Chinese journal of applied mechanics,2022,39(2):297-303.

在微型飞行器等仿生技术的推动下，生物飞行力学研究受到众多学者的关注，人们已经对单个扑翼有了深入的研究[1-8]，但在自然界中生物集群现象是普遍存在的[9-12]。进一步研究群组之间个体非定常流动机理，将有助于促进仿生工程的发展。

部分理论和实验研究[13-17]证明：鱼群和鸟群通过采用不同的行为策略，可以有效地利用涡来提高其动力学性能，从而减少能耗。学者通过采用规则排列的多个拍动翼来评估群组动力学性能。包含2个拍动翼的串联和并联结构，已经得到广泛的研究。研究发现，拍动翼间距、相位差和斯特劳哈尔数（Sr）对群组中个体的推力性能有较大影响[18-22]。例如，在串联排布的两个拍动翼中，Boschitsch 等[18]发现下游拍动翼由于受到上游拍动翼尾流的影响，推力和推进效率可达单翼的1.5倍或0.5倍，其动力学性能与间隔间距和相位差相关。Deng 等[19]发现下游拍动翼在较低 Sr 下会使推力得到增大，而在相对较高 Sr 下则相反。同时在两个拍动翼并联时，同相拍动，拍动翼以减少推力为代价获得推进效率的提高；而反相拍动，拍动翼则表现为推力增强，但推进效率没有明显变化[23-24]。

而自然生物集群中运动构型更加多样。研究表明，不同运动构型、个体间距和拍动频率对个体和群组的动力学性能都有显著影响[25-28]。Han 等[26]研究3种不同构型的三维多翼推力性能发现：在三角和菱形结构中，个体间距越近，群组整体的推力表现越好。同时关于鸟类的集群运动已经有学者通过理论分析和生物实验观测证明：对于以V形结构飞行的鸟类，鸟群个体之间积极的相互作用可以使个体最大化地捕捉有益的上升气流[15,29]，进而实现节能。

综上所述，目前对生物集群现象的流体研究，大多数以研究鱼群的推力性能为主，采取的运动形式被简化为翼型的沉浮运动；而对于采用昆虫或鸟类运动方式的集群现象，同时考虑推力和升力的研究目前还很少，且对于鸟类集群飞行的研究多采用理论分析和生物实验观测，无法给出具体的流场信息。本文研究个体水平间距对群组中扑翼气动性能的影响，并从扑翼脱落涡的角度，分析了集群运动的流动机理。

1 扑翼模型和运动方式

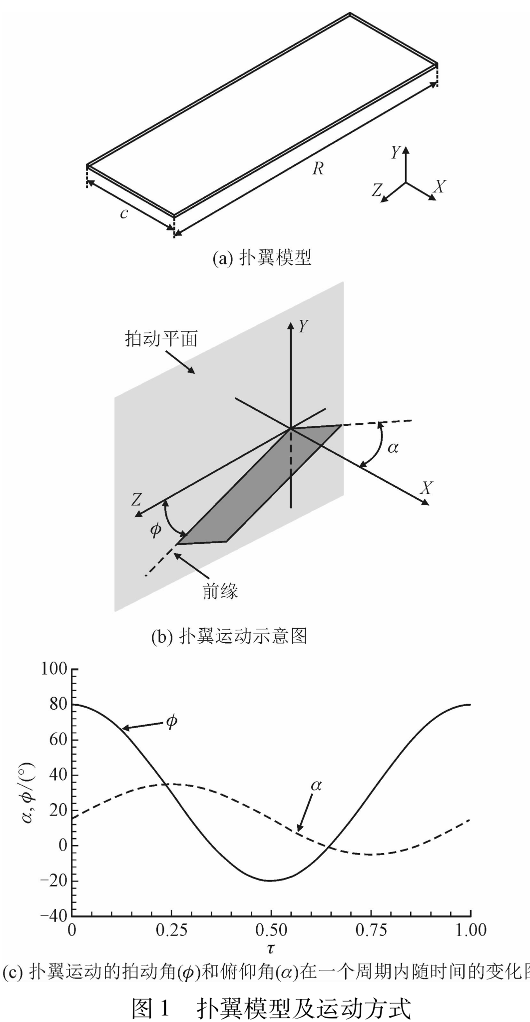
扑翼简化为矩形平板，其厚度为3%弦长（c）、展弦比（R/c；R 是扑翼展长），翼根位于矩形平板的一角[30]，如图1（a）所示。图1（b）和图1（c）描述了扑翼的运动方式。扑翼的运动由两部分组成：拍动（绕 X 轴；见图1（b））和旋转（绕扑翼前缘[18,31]）。其中扑翼拍动由下面的方程定义，即

$$\phi(t) = \Phi_m + 0.5\Phi_1 \sin(2\pi f t) \tag{1}$$

式中：$\phi(t)$ 是拍动角（前缘和 Z 轴之间的角度，图1（b））；f 是扑翼拍动频率；Φ_1 是拍动振幅；Φ_m 是平均拍动角。扑翼的俯仰角运动方程（α，翼弦与 X 轴之间的角度）为

$$\alpha(t) = \alpha_m + \alpha_1 \sin(2\pi f t + \varphi) \tag{2}$$

式中：α_1 是俯仰振幅；α_m 是平均迎角；φ 是拍动和俯仰运动之间的相位角。其中，$\varphi = 90°$ 时已被证明可以产生最佳推力性能[32-33]。



(a) 扑翼模型

(b) 扑翼运动示意图

(c) 扑翼运动的拍动角(φ)和俯仰角(α)在一个周期内随时间的变化图

图1 扑翼模型及运动方式

Fig. 1 Flapping wing model and mode of motion

在以下计算中 Φ_1、Φ_m、α_1 和 α_m 分别为100°、30°、20°和15°。Φ_1、Φ_m 的数值与真实昆虫在前飞实验中的测量数据相似[34]。选择 α_1 和 α_m 的值是为了保证产生正升力和推力，这与 Broering 和 Lian[32] 使

用的值相似。来流速度(V)沿着 X 轴正向(见图2)。推进比($J=V/2\Phi_1 fR$)为0.3,相当于真实昆虫的中等前进速度[34]。

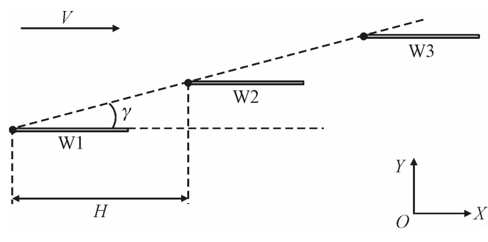


图2 扑翼的集群编队构型示意图

Fig. 2 Configuration diagram of flapping wing group formation

群组中所有扑翼采用相同的运动,同时定义了2个参数(H 和 γ)来描述群组中扑翼的相对位置。如图2所示,水平间距 H 是相邻2个扑翼前缘之间的间距,垂直间距 γ 是来流方向与3个扑翼翼根(转动中心)连线之间的夹角。扑翼群组中3个扑翼从左到右依次定义为W1、W2和W3。

2 计算方法及验证

2.1 控制方程和数值方法

流动的控制方程是不可压缩Navier-Stokes方程中的层流,量纲归一化形式为

$$\nabla \cdot u = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\delta u}{\delta t^*} + u \cdot \nabla \cdot u = -\nabla p + \left(\frac{1}{Re}\right)\nabla^2 u \tag{4}$$

式中:u 是量纲为一的流体速度;p 是量纲为一的流体压力;t^* 是量纲为一的时间;∇ 是梯度算符;∇^2 是拉普拉斯算符;Re 是雷诺数。采用有限元法对式(3)~式(4)进行了数值求解。Galerkin最小二乘(GLS)公式[35]为所有变量的空间离散化提供二阶精度。采用任意拉格朗日-欧拉(ALE)[36]方法处理扑翼与空气之间的运动边界。

将扑翼升力(L)定义为垂直于来流的力,扑翼推力(T)定义为与来流平行且反向的力。气动功率 P_a 是气动力矩与扑翼运动角速度的乘积。升力、推力和气动功率系数分别定义为 $C_L=2L/\rho U^2 S$, $C_T=2T/\rho U^2 S$, $C_{P,a}=2P_a/\rho U^3 S$。其中:ρ 是流体密度;S 是扑翼面积,U 是扑翼回转半径处的最大拍动速度。压力系数定义为 $C_p=2(p-p^{*\infty})/\rho U^2$。其中:$p$ 是压力;$p^{*\infty}$ 是无穷远处的压力。升力和推力效率分别定义为 $\eta_L=\bar{C}_L/\bar{C}_{P,a}$ 和 $\eta_T=\bar{C}_T/\bar{C}_{P,a}$。$\bar{C}_L$、$\bar{C}_T$ 和 $\bar{C}_{P,a}$ 分别表示一个周期内的平均 C_L、C_T 和 $C_{P,a}$。

2.2 求解器验证和网格无关性验证

为了验证求解器的准确性和可靠性,利用文献[37]实验测量结果和文献[38]数值计算结果对本研究使用的求解器进行验证(注意,实验测量结果仅给出升力系数)。采用典型的果蝇翅膀形状,计算 $Re=136$ 时扑翼悬停状态下的气动性能。扑翼运动采用俯仰角 α 提前翻转的运动形式(具体运动方程见文献[38])。在图3中给出了本研究所用求解器数值计算结果与其他人研究结果的对比,发现计算结果吻合较好,因此可以认为该求解器可靠。

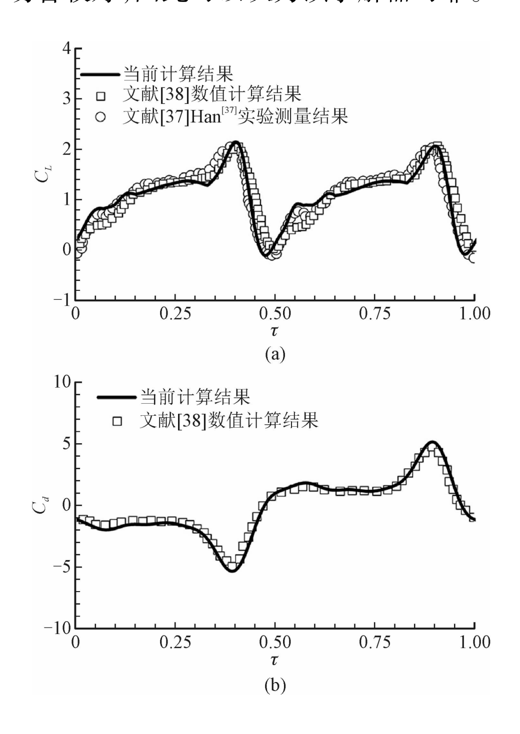


图3 不同数值计算方法和实验结果的比较

Fig. 3 Comparison between the results calculated with different numerical methods and experiment

在计算中采用非结构的四面体网格。为确定合适的网格,进行了网格无关性验证。网格无关性验证采用的参数为:$H=2.5c$, $\gamma=15°$, $J=0.3$, $Re=750$。为了避免计算域尺寸对计算结果的影响,选择足够大的流场尺寸,流场的外边界距W2翼根40c。在表1中给出采用4种网格计算后的W2时均升力系数。与细网格相比,中网格和更细网格的相对误差分别为1.95%和1.12%。同时观察图4可知,升力系数和推力系数随网格单元数的变化并不明显。因此在保证计算效率和满足计算精度的要求下,本研究采用细网格进行计算。图5中给出了计算所采用的网格示意图。

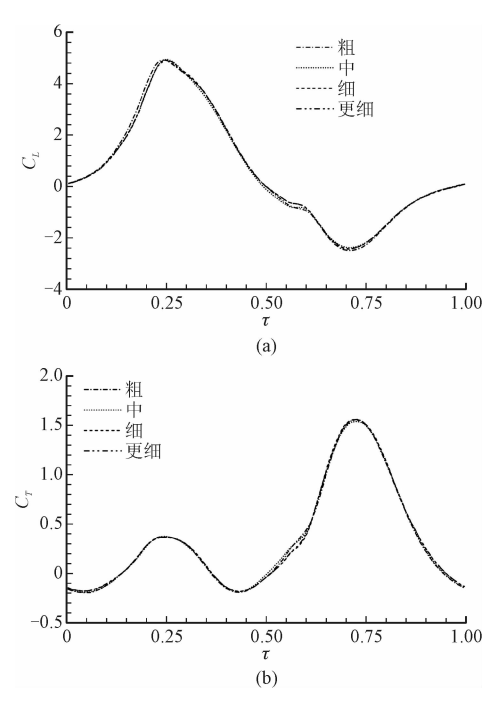


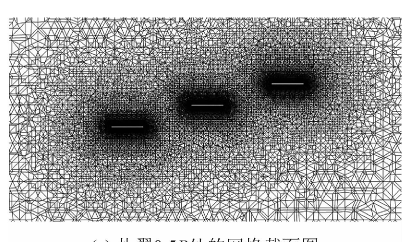
图 4 扑翼 W2 瞬时气动力系数

Fig. 4 Instantaneous aerodynamic coefficient of flapping wing W2

表 1 网格无关性验证

Tab. 1 Grid independence validation

网格类型	单元数量	W2 的$\bar{C}_L$	相对误差/%
粗	3 673 357	0.617 2	5.32
中	5 152 193	0.639 2	1.95
细	7 282 302	0.651 9	
更细	10 317 175	0.659 2	1.12



(a) 扑翼0.5R处的网格截面图



(b) 扑翼表面网格

图 5 网格示意图

Fig. 5 Grid diagram

3 结果与讨论

3.1 气动力分析

在讨论群组中水平间距 H 对扑翼群组气动性能影响时,将垂直间距 γ 固定为 15°,扑翼呈斜一字串联排布。图 6 绘制了群组中各个扑翼的时均气动性能和群组平均气动性能(mean)随水平间距 H 的变化,以及单翼(流场中只有一个扑翼)的气动性能。

首先观察群组中个体的气动性能。W1 的升力系数在所有水平间距(1.5c ~ 4c)中均高于单翼,且几乎不随水平间距 H 的变化而变化。W2 和 W3 的升力系数呈现先增后减小的趋势。当 H = 3c ~ 4c 范围内时,W2 和 W3 的升力系数显著高于单翼。并且观察图 6(a)和图 6(c),可以发现群组中个体的升力系数和升力效率具有相同的变化趋势。

在图 6(b)和图 6(d)可以发现群组扑翼的推力系数与推力效率具有相似的变化趋势。W1 的推力系数和效率随变化较小,并与单翼的推力系数和效率相近。W2 和 W3 的推力系数和效率随着水平间距的增加而明显减小,当 H > 3.0c 时,推力性能小于单翼。

从扑翼群组的整体性能来看,整体的平均升力系数和效率随 H 的增加呈现先增大后减小的趋势,平均推力系数和效率随着 H 的增加而不断降低。并且发现在 H = 3.5c 时整体的平均升力性能表现最好,升力系数和效率分别比单翼提高 62.79% 和 47.52%。此时在推力性能下降相对较低的,推力系数和效率分别下降了 13.35% 和 20.43%。而 H = 1.5c 时,整体的推力性能最好。与单翼相比,虽然整体的平均升力效率下降了 26.56%,但整体的平均推力系数和效率分别提高了 39.6% 和 5.54%,升力系数几乎没有下降。这些结果表明,群组中的个体可以通过改变个体间的水平间距来获得最佳升力性能或推力性能。

由以上分析可知,水平间距 H 对群组中扑翼的气动性能有显著影响。群组中的个体通过可以改变个体间距,达到最佳升力或者推力性能。这可能是自然界中鸟类在迁徙过程中间歇性改变其运动队形的原因之一[9]。

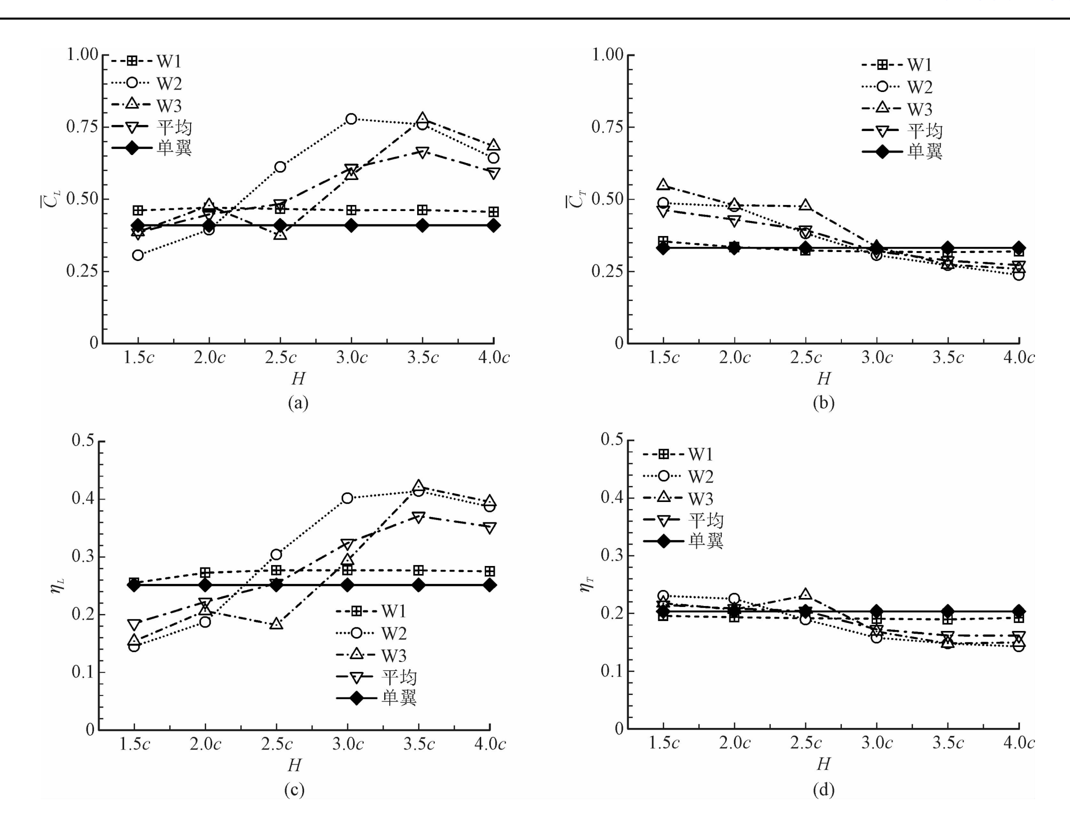


图 6 在 $\gamma=15°$时,群组中扑翼在不同水平间距 H 的气动性能

Fig. 6 The aerodynamic performance of flapping wings at different horizontal distances H in a group with $\gamma=15°$

3.2 涡系结构分析

为了进一步分析扑翼群组中个体之间的气动干扰问题。图 7 给出 $H=1.5c$(最佳推力性能)和 $H=3.5c$(最佳升力性能)群组中扑翼瞬时气动力曲线。发现群组扑翼升力主要在曲线的峰值处($\tau=0.3$ 附近)和低谷($\tau=0.7$ 附近)处产生差异,而推力主要在接近 $\tau=0.7$ 时刻处产生差异。因此群组中扑翼气动性能的差异主要在上冲程和下冲程的中程处产生。

通过研究昆虫飞行发现,稳定的前缘涡(LEV)可以增大昆虫的升力[8]。分析涡的脱落机理和变化规律,对研究群组中存在的各种复杂效应及其个体之间的相互作用,具有重要的科学价值。选取不同水平间距 H 的 2 个典型时刻(升力和推力最大时刻)进行分析。图 8 给出了单翼、$H=1.5c$ 和 $H=3.5c$ 三种情况下,$\tau=0.27$ 和 $\tau=0.67$ 时 $0.5R$ 处截面涡量图。首先,观察下冲程(图 8,$\tau=0.27$)。在 $\tau=0.27$ 时,比较了 $H=1.5c$ 情况下单翼和扑翼集群运动时的涡量图,发现 W1 的后缘涡(TEV)非常接近 W2 的前缘,使 W2 的 LEV 比单翼大。同样由于 W2 的 TEV 的诱导,W3 的上表面也形成了更大的 LEV。对于 $H=3.5c$ 的情况(图 8(c)),在 W2 和 W3 的上表面也观察到了更大的 LEV,但由于前翼的分离 TEV 到达后翼并与后翼相互作用需要更多的时间,因此 $H=3.5c$ 情况下 W2 和 W3 的正升力峰值出现的时间比 $H=1.5c$ 情况要晚(图 7)。在 Boschisch[18] 等人的实验研究中也观察到了随着水平间距的增加相邻扑翼之间的延迟相互作用。

在上冲程时,在下冲程中扑翼产生的 TEV 已从后缘分离并运动到下游(图 8(a),$\tau=0.67$)。在 $H=1.5c$ 中,W1 分离的 TEV 被 W2 所捕获,从而加强了 W2 上 CCW LEV 的形成,这导致 W2 的正推力和负升力的增大(见图 7(b))。同样,W2 分离的 TEV 也被 W3 捕获(见图 8(b),$\tau=0.67$),增强了 W3 的 CCW LEV(注意:W1 分离的 TEV 和 W2 的 LEV 沿同一方向旋转(逆时针,CCW))。在 $H=3.5c$ 中,由于扑翼的水平间距相对较大,前翼分离的 TEV 迅速消散,W2 和 W3 受到前翼 TEV 的影响较小,解释了 $H=3.5c$ 时群组中扑翼的气动力与上冲程时单翼的气动力为何相似(图 7(c)和图 7(d))。观察图 8 中 $\tau=0.67$ 时刻,发现群组中的后翼由于受到前翼分离的 TEV 影响,W2 和 W3 的 CCW LEV 没有单翼饱满。同时 W2 和 W3 的扑翼上表面的 TEV 完整性遭到破坏,因此在 $\tau=0.67$ 中 W2 和 W3

的推力略小于单翼的推力。从图 7(d)瞬时推力系数可以看出,推力产生差异的时刻主要在上冲程的中程处,所以 $H = 3.5c$ 时 W2 和 W3 的推力系数小于单翼。

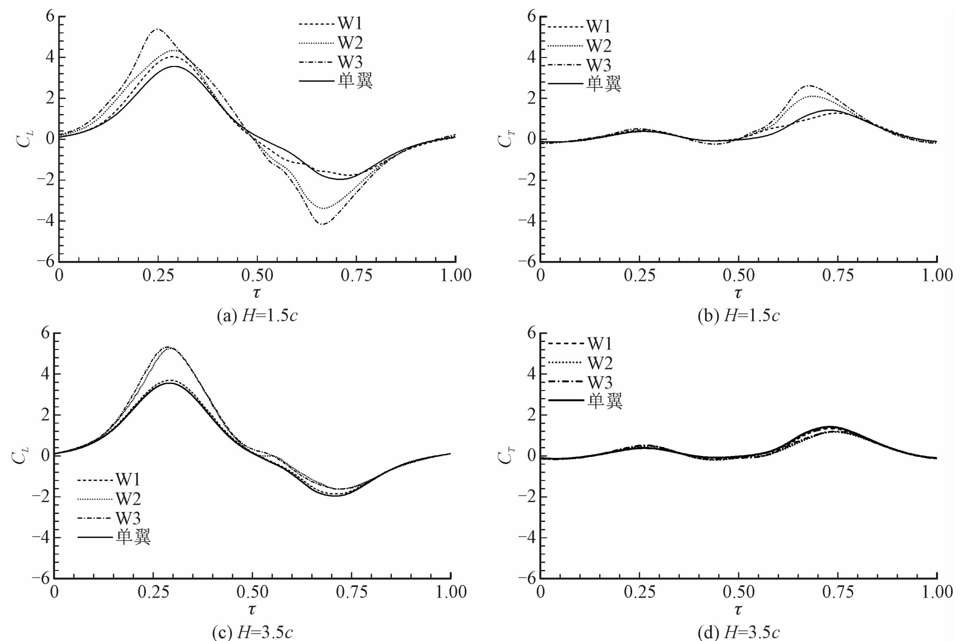


图 7　在不同水平间距 H 下,群组中每个扑翼和单翼瞬时升力和推力系数曲线

Fig. 7　Comparison of the lift and thrust coefficient over a flapping cycle for each individual wing and the single wing at different horizontal spacing H

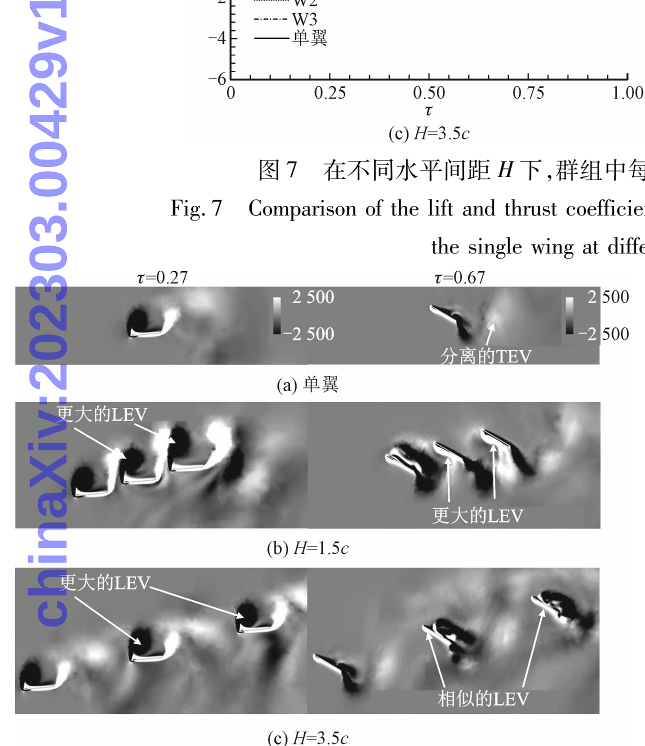


图 8　$\tau = 0.27$(左栏)和 $\tau = 0.67$(右栏)时 $0.5R$ 处涡量图

Fig. 8　Vorticity diagram at $0.5R$ at $\tau = 0.27$ (left column) and $\tau = 0.67$ (right column)

4　结束语

通过数值方法研究了群组中 3 个扑翼斜一字串联排布时水平间距对气动性能的影响。研究发现,扑翼之间的水平间距会显著影响扑翼的气动性能。群组中的扑翼可以通过改变水平间距来获得最佳的升力或者推力性能,这源于在较小的水平间距下,后翼可以捕获前翼的 TEV,从而增大后翼 LEV。而在较大的水平间距下,前翼的脱落涡迅速消散,尾流捕捉没有发生。

参考文献

[1] WANG Z J. Dissecting insect flight[J]. Annual review of fluid mechanics,2005,37:183-210.

[2] 张冀,陈柏松,华欣. 基于仿海鸥翼型的高空长航时无人机机翼气动性能分析[J]. 应用力学学报,2015,32(5):805-809. (ZHANG Ji,CHEN Baisong,HUA Xin. Aerodynamic performance analysis of high altitude long endurance UAV wing based on seagull airfoil[J]. Chinese journal of applied mechanics,2015,32(5):805-809(in Chinese)).

[3] HAN J K,YUAN Z J,CHEN G. Effects of kinematic parameters on three-dimensional flapping wing at low Reynolds number[J]. Physics of fluids,2018,30:081901.

[4] 陈刚,苑宗敬,张鸿志,等. 几何参数对三维仿生运动翼推进性能的影响研究[J]. 西安交通大学学报,2017,51(9):131-137. (CHEN Gang,YUAN Zongjing,ZHANG Hongzhi,et al. Influences of geometric parameters on the propulsion performance of three-dimensional bionic motion wings[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University,2017,51(9):131-137(in Chinese)).

[5] 苑宗敬,韩佳坤,陈刚. 低雷诺数下展弦比对仿生拍动翼推进性能的影响研究[J]. 空气动力学学报,2018,36(1):156-162. (YUAN Zongjing,HAN Jiakun,CHEN Gang. Investigation on the influence of aspect ratio on the thrust performance of bionic motion wing under low Reynolds number[J]. Acta aerodynamica sinica,2018,36 (1):156-162(in Chinese)).

[6] GONG C L, HAN J K, YUAN Z J, et al. Numerical investigation of the effects of different parameters on the thrust performance of three dimensional flapping wings[J]. Aerospace science and technology, 2019, 84: 431-445.

[7] 曾锐, 昂海松, 梅源. 柔性扑翼的气动特性研究[J]. 应用力学学报, 2005, 22(1): 1-7. (ZENG Rui, ANG Haisong, MEI Yuan. Aerodynamic characteristics of flexible flapping wing[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2005, 22 (1): 1-7(in Chinese)).

[8] ELDREDGE J D, JONES A R. Leading edge vortices: Mechanics and modeling[J]. Annual review of fluid mechanics, 2019, 51: 75-104.

[9] LIU L G, DU G, SUN M. Aerodynamic-force production mechanisms in hovering mosquitoes[J]. Journal of fluid mechanics, 2020, 898: 19.

[10] COUZIN I, KRAUSE J, FRANKS N, et al. Effective leadership and decision-making in animal groups on the move[J]. Nature, 2005, 433(7025): 513-516.

[11] TAMÁS V, ZAFEIRIS A. Collective motion[J]. Physicsreports, 2012, 517(3/4): 71-140.

[12] LARSSON M. Why do fish school? [J]. Current zoology, 2012, 58 (1): 116-128.

[13] WEIHS D. Hydromechanics of fish schooling[J]. Nature, 1973, 241: 290-291.

[14] LISSAMAN P B S, SHOLLENBERGER C A. Formation flight of birds[J]. Science, 1970, 168: 1003-1005.

[15] HERSKIN J, STEFFENSEN J F. Energy savings in sea bass swimming in a school: Measurements of tail beat frequency and oxygen consumption at different swimming speeds[J]. Journal of fish biology, 1998, 53: 366-376.

[16] PORTUGAL S J, HUBEL T Y, FRITZ J R, et al. Upwash exploitation and downwash avoidance by flap phasing in ibis formation flight[J]. Nature, 2014, 505: 399-402.

[17] ASHRAF I, BRADSHAW H, HA T T, et al. Simple phalanx pattern leads to energy saving in cohesive fish schooling[J]. Proceedings of the national academy of sciences, 2017, 114: 9599-9604.

[18] BOSCHITSCH B M, BIRGITT M, DEWEY P A, et al. Propulsive performance of unsteady tandem hydrofoils in an in-line configuration[J]. Physics of fluids, 2014, 26: 051901.

[19] DENG J, SHAO X M, YU Z S. Hydrodynamic studies on two traveling wavy foils in tandem arrangement[J]. Physics of fluids, 2007, 19: 113104.

[20] KURT M, MOORED K. Flow interactions of two and three-dimensional networked bio-inspired control elements in an in-line arrangement[J]. Bioinspiration & biomimetics, 2018, 13: 045002.

[21] ARRANZG, FLORES O, GARCIA-VILLALBA M. Three-dimensional effects on the aerodynamic performance of flapping wings in tandem configuration[J]. Journal of fluids and structures, 2020, 94: 102893.

[22] ZHU X J, HE G W, ZHANG X. Flow-mediated interactions between two self-propelled flapping filaments in tandem configuration[J]. Physical review letters, 2014, 113: 238105.

[23] DEWEY P A, QUINN D B, BOSCHITSCH B M, et al. Propulsive performance of unsteady tandem hydrofoils in a side-by-side configuration[J]. Physics of fluids, 2014, 26: 041903.

[24] DONG G J, LU X Y. Characteristics of flow over traveling wavy foils in a side-by-side arrangement[J]. Physics of fluids, 2007, 19: 057107.

[25] HEMELRIJK C K, REID D A P, HILDENBRANDT H, et al. The increased efficiency of fish swimming in a school[J]. Fish fisheries, 2015, 16: 511-521.

[26] HAN J K, ZHANG Y, CHEN G. Effects of individual horizontal distance on the three-dimensional bionic flapping multi-wings in different schooling configurations[J]. Physics offluids, 2019, 31: 041903.

[27] ZHANG Y, HANJ K, CHEN G. Effects of the flapping frequency on the thrust performance for three-dimensional bionic multi-wings in a schooling[J]. Physics of fluids, 2019, 31: 117110.

[28] OZA A U, RISTROPH L, SHELLEY M J. Lattices of hydrodynamically interacting flapping swimmers[J]. Physical review X, 2019, 9: 041024.

[29] KELLEY D H, OUELLETTE N T. Emergent dynamics of laboratory insect swarms[J]. Scientific reports, 2013, 3: 1073.

[30] MA K Y, CHIRARATTANANON P, FULLER S B, et al. Controlled flight of a biologically inspired, insect-sale robot science[J]. Science, 2013, 340: 603-607.

[31] LI G J, LU X Y. Force and power of flapping plates in a fluid[J]. Journal of fluid mechanics, 2012, 712: 598-613.

[32] BROERING T M, LIAN Y S. The effect of phase angle and wing spacing on tandem flapping wings[J]. Acta mechanica sinica, 2012, 28: 1557-1571.

[33] MOORE, M. NICHOLAS J. Analytical results on the role of flexibility in flapping propulsion[J]. Journal of fluid mechanics, 2014, 757, 599-612.

[34] MENG X G, SUN M. Wing and body kinematics of forward flight in drone-flies[J]. Bioinspiration & biomimetics, 2016, 11: 056002.

[35] HUGHES T J R, FRANCA L P, HULBERT G M. A new finite element formulation for computational fluid dynamics: VIII. The galerkin/least-squares method for advective-diffusive equations[J]. Computer methods in applied mechanics & engineering, 1989, 73: 173-189.

[36] KJELLGREN P, HYVARINEN J. An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method[J]. Computational mechanics, 1998, 21: 81-90.

[37] HAN J S, CHANG J W, HAN J H. The advance ratio effect on the lift augmentations of an insect-like flapping wing in forward flight [J]. Journal of fluid mechanics, 2016, 808: 485-510.

[38] SUN M, TANG J. Unsteady aerodynamic force generation by a model fruit fly wing in flapping[J]. Journal of experimental biology, 2002, 205: 55-70.

（编辑　李坤璐）